

## 2. ДИНАМИКА

### Теория

### Есептерді шығару мысалдары мен әдістемелік нұсқаулар

### Өз бетімен шығаруға арналған есептер

### Теория

**Ньютоның бірінші заңы.** Кез келген материялық нүкте (дене), өзге денелер тарапынан болатын әсер оның осы күйін өзгертуге мәжбүр еткенге дейін, тыныштық күйін немесе бірқалыпты түзусызықты қозғалысын сақтайды.

**Денелердің инерттілігі.** Дененің тыныштық күйін немесе бірқалыпты түзу қозғалысын сақтауға ұмтылуы.

**Дененің масасы.** Оның инерциялық (инерттік массасын) және гравитациялық (гравитациялық масса) қасиеттерін анықтайтын, материяның негізгі сипаттамаларының бірі болып саналатын физикалық шама.

**Күш** – нәтижесінде дене үдеуге ие болатын немесе өзінің пішінін және өлшемін өзгертетін, өзге денелер немесе өрістер әсерінен денеге механикалық әсер ету болып саналатын векторлық шама.

**Ньютоның екінші заңының жалпы тұжырымдамасы.** материялық нүктенің импульсінің уақыт бойынша өзгеруі сол денеге әсер ететін күшті береді:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Бұл теңдеу – материялық нүктенің қозғалыс теңдеуі деп аталады.

**Ньютоның екінші заңының екінші тұжырымдамасы:** материялық нүкте (дене) ие болатын үдеу оның туғызатын күшке тура пропорционал, бағыты бойынша онымен сәйкес келеді және материялық нүктенің (дененің) массасына кері пропорционал:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left( m\vec{v} \right) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = ma$$
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Ньютоның екінші заңы тек инерциялық санақ жүйелерінде ғана дұрыс.

**Күштер әсерінің тәуелсіздік принципі.** Егер материялық нүктеге бір уақытта бірнеше күш әсер ететін болса, әсер етуші әрбір күш онда басқа ешқандай күштер жоқ болмағандай, Ньютоның екінші заңы бойынша материялық нүктеге үдеу береді.

**Ньютоның үшінші заңы.** Инерциялық санақ жүйесінде екі дене біріне-бірі түзу бойымен, модулі бойынша тең және бағыты жағынан қарама-қарсы бағытталған, табиғаттары бірдей күштермен әсер етеді:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

мұндағы  $\vec{F}_{12}$  – екінші нүкте жақтан бірінші материялық нүктеге әсер ететін күш,  $\vec{F}_{21}$  – бірінші нүкте жақтан екінші материялық нүктеге әсер ететін күш.

## Есептерді шығару мысалдары мен әдістемелік нұсқаулар

**2.1.** Атмосфераның жоғарғы қабатында дөңгелек орбитамен қозғалатын массасы 100 кг Жердің жасанды серігі сиретілген газдың кедергісіне тап болады. Кедергі күші  $F=5 \cdot 10^{-4}$  Н-ге тең. Жердің айналасында бір айналым ішіндегі серіктің жылдамдығы қандай шамаға өзгередінін анықтау керек. Жер бетінен серіктің ұшу биіктігі Жердің радиусымен салыстырғанда кіші.

**Шешімі.** Жасанды серіктің потенциалдық энергиясы:

$$E_p = -G \frac{Mm}{R}, \quad (2.1.1)$$

мұндағы  $M$  – Жердің массасы,  $R$  - Жердің радиусы.

$\frac{mv^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2}$  ескерсек, онда жасанды серіктің кинетикалық энергиясы:

$$E_p = \frac{mv^2}{2} = G \frac{Mm}{2R}$$

Осыдан жалпы механикалық энергия:

(2.1.2)

$$E = E_p + E_k = -G \frac{Mm}{2R},$$

Кедергі күштің әсерінен жасанды серіктің жылдамдығы өзгереді, сондықтан да орбитаның радиусы да өзгереді. Бір айналым ішіндегі жасанды серіктің энергиясының өзгерісі кедергі күшінің жұмысына тең болады:

$$\Delta E = -2\pi RF$$

Басқа жағынан

(2.1.3)

$$\Delta E = -G \frac{Mm}{2(R+\Delta R)} + G \frac{Mm}{2R} \approx G \frac{Mm}{2R^2} \Delta R$$

$G \frac{M}{R^2} = g$  екендігін ескерсек, онда

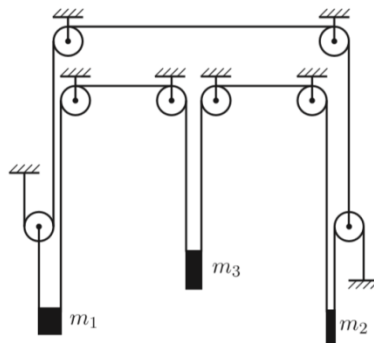
$$-2\pi RF = \frac{mg}{2} \Delta R, \quad \Delta R = \frac{-4\pi RF}{mg}$$

Осыдан

$$\Delta v = \sqrt{G \frac{M}{R + \Delta R}} - \sqrt{G \frac{M}{R}} \approx -\frac{1}{2} \sqrt{G \frac{M}{R}} \cdot \frac{\Delta R}{R} =$$

$$= -\frac{1}{2} \sqrt{gR} \left( \frac{-4\pi F}{gm} \right) = \frac{2\pi F}{m} \sqrt{\frac{R}{g}} \approx 2,54 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

**2.2.** Блоктардан, жүктерден және арқандардан құрылатын жүйе берілген (2.1-сурет). 1 және 2 жүктердің массалары белгілі:  $m_1 = 4$  кг,  $m_2 = 6$  кг. Жүйе тепе-теңдікте болу үшін үшінші жүктің  $m_3$  массасы қандай интервалда жатуы тиіс? Блоктар мен жіптер салмақсыз, блоктардағы үйкелісті ескермеңіздер. Блоктарда жатпайтын жіптердің учаскелері горизонталь немесе вертикаль.



2.1-сурет.

**Шешімі:** Жіптердің керілу күштерін  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_{13}$  және  $T_{23}$  (2.2-сурет) деп белгілейік. 3 жүктің тепе-теңдік шарттын жазайық:

$$m_3 g = T_{13} + T_{23},$$

1 және 2 жүктер үшін

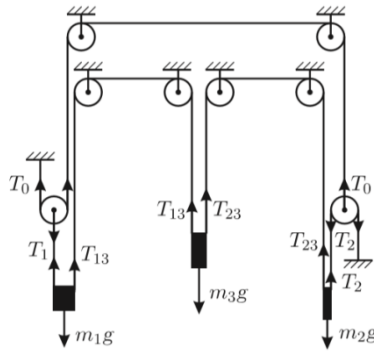
$$m_1 g = T_1 + T_{13}, \quad m_2 g = T_2 + T_{23},$$

Ал қозғалмайтын блоктар үшін

$$2T_0 = T_1, \quad T_0 = 2T_2$$

1 және 2 жүктердің және блоктардың тепе-теңдік шарттарын қолдана отырып, бүкіл керілу күштерін  $T_0$  шамасы арқылы өрнектеуге болады:

$$T_{13} = m_1 g - 2T_0, \quad T_{23} = m_2 g - \frac{1}{2} T_0.$$



2.2-сурет.

3 жүктің тепе-теңдік шартын пайдалана отырып, келесіні аламыз:

$$m_3 g = (m_1 + m_2) g - \frac{5}{2} T_0 \quad \text{және} \quad T_0 = \frac{2}{5} (m_1 + m_2 - m_3) g$$

Осыдан

$$T_{13} = \frac{1}{5} (m_1 - 4m_2 + 4m_3) g \quad \text{және} \quad T_{23} = \frac{1}{5} (-m_1 + 4m_2 + m_3) g$$

Жіптердің керілу күштері теріс бола алмайтындықтан, қосымша шарттарды жазу қажет:  $T_0 \geq 0$ ,  $T_{13} \geq 0$ ,  $T_{23} \geq 0$ . Осыдан

$$m_1 + m_2 \geq m_3, \quad m_1 + 4m_3 \geq 4m_2, \quad 4m_2 + m_3 \geq m_1$$

Сандық мәндерді қойып, жүйе тепе-теңдікте болу үшін үшінші жүктің  $m_3$  массасы жатуы тиіс аралықты табамыз:  $5 \text{ кг} \leq m_3 \leq 10 \text{ кг}$ .

**2.3.** Үзілуге  $T$  кедергісі  $400 \text{ Н}$  болатын жіптің көмегімен массасы  $m_1 = 45 \text{ кг}$  жүкті  $h = 16 \text{ м}$  биіктігіндегі төбеден қалай түсіруге болады? Жермен соқтығысу моментіндегі дененің жылдамдығы  $v_{\max} = 7 \text{ м/с}$  мәннен артық болмауы тиіс. Жіптің ұзындығы үйдің биіктігінен сәл артық.

**Шешімі:** Жүктің ауырлық күші  $mg = 441 \text{ Н}$  жіптің үзілуге  $T = 400 \text{ Н}$  кедергі күшінен артық. Ал жүктің еркін түсуі кезінде жер бетіне  $v_{\max} = 7 \text{ м/с}$  жылдамдықтан асатын  $v = \sqrt{2gh} = 18 \text{ м/с}$  жылдамдықпен жетеді.

Егер жіпке ілінген жүкті тұрақты жылдамдықпен емес, ал кейбір  $a$  үдеумен төмен түсіргенде, онда жіптің  $F$  керілу күші  $mg$  ауырлық күшінен кем болады. Жүктің қозғалысына Ньютонның екінші заңын қолдана отырып:

$$mg - F = ma \quad \text{немесе} \quad F = m(g - a)$$

$F < T$  шарттың орындалуы келесі теңсіздікке әкеледі:

$$m(g - a) < T$$

Бұл теңсіздік келесіні береді:

$$a > g - \frac{T}{m} = 0,9 \text{ м/с}^2$$

Сонымен, егер жүкті  $a > 0,9 \text{ м/с}^2$  үдеумен төмен түсірген кезде, онда жіптің керілу күші  $T = 400 \text{ Н}$  мәннен артық болмайды. Бұл кезде жүктің Жер бетімен соқтығысу моментінде жүктің жылдамдығы келесі мәннен артық болмайды:

$$v = \sqrt{2ah} = 5,4 \text{ м/с}^2$$

Бұл мән  $v_{\max} = 7 \text{ м/с}$ –ден кем.

**2.4.** Мөлдір тегіс үстелдің бетінде созылмайтын жіптің екі ұшына үстелдің жазықтығында жіптің бойымен қарама – қарсы бағытталған  $F_1$  мен  $F_2$  күштер әсер етеді. Жіптің керілу күшінің оның ұшына дейінгі ара-қашықтықтан тәуелділігін анықтаңыздар. Жіптің ұзындығы  $l$ .

**Шешімі:** Жіп созылмайтын болғандықтан, онда оның барлық нүктелері  $F_1$  күштің әрекет ету бағытында бірдей үдеумен қозғалады:

$$a = \frac{(F_1 - F_2)}{M} \quad (2.4.1)$$

мұндағы  $M$  – жіптің массасы.

$F_1$  күш әрекет ететін ұшынан бастап жіптің бойымен ара-қашықтықты есептейміз. Сәйкесті  $0$  және  $x$  нүктелерімен шектелген жіптің бөлігінің қозғалысын қарастырайық. Жіп бөлігінің массасы  $m(x)$  келесі өрнекпен анықталады:

$$m(x) = \frac{Mx}{l} \quad (2.4.2)$$

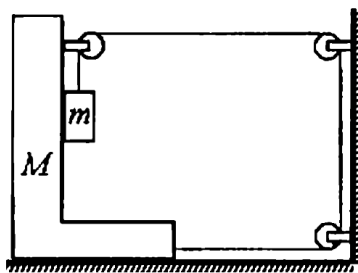
Қозғалыс сызығы бойымен оған екі күш әрекет етеді: бір жаққа  $F_1$  күш, ал екінші жаққа жіптің керілу күші  $T(x)$ . Оның қозғалыс теңдеуі:

$$F_1 - T(x) = m(x) \cdot a \quad (2.4.3)$$

(2.4.1)-(2.4.3)-теңдеулерден табамыз:

$$T(x) = F_1 - \frac{(F_1 - F_2)x}{l}.$$

**2.5.** Төмендегі 2.3-суретте көрсетілген жүйеде блоктардағы және беттер арасындағы үйкеліс жоқ. Егер массасы  $m$  жүк қозғала бастаса, онда ол қанша уақыттан кейін тіреуішке дейін жетеді? Жүктің бастапқы жылдамдығы нөлге тең, ал жүктен тіреуішке дейінгі бастапқы ара-қашықтық  $h$ –ке тең. Жіп созылмайтын және салмақсыз деп есептеңіздер.



2.3-сурет.

**Шешімі:** Тіреуіш – жүк жүйесіне горизонталь бағытта екі жіптердің керілу күштері әрекет етеді ( $2T$ , мұндағы  $T$ - бір жіптің керілу күші). Бұл күштер жүйеге горизонталь  $a_2$  үдеуді береді, сонда Ньютонның екінші заңы бойынша:

$$(M + m)a_2 = 2T \quad (2.5.1)$$

Жүкке вертикаль бағытта ауырлық күші мен жіптің керілу күші әрекет етеді:

$$mg - T = ma_6 \quad (2.5.2)$$

мұндағы  $a_6$  – жүктің вертикаль үдеуі. Байқау қиын емес:

$$a_6 = 2a_2 \quad (2.5.3)$$

Үдеулердің (2.5.3)-теңдеудегі байланыс келесіден шығады: тіреуіштің  $\Delta x$  арақашықтыққа ығысуы жүктің вертикаль бойынша  $2\Delta x$  арақашықтыққа ығысуына әкеледі.

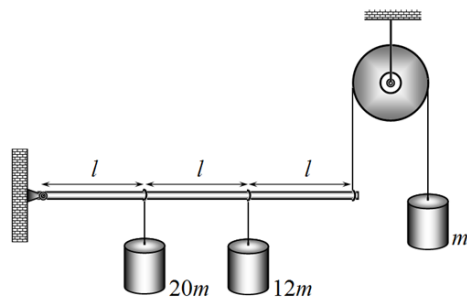
(2.5.1)-(2.5.3) теңдеулер жүйесін шеше отырып, жүктің вертикаль бойынша үдеуін анықтаймыз:

$$a_6 = g \frac{4m}{5m + M} \quad (2.5.3)$$

Бірқалыпты үдемелі қозғалысы және нөлдік бастапқы жылдамдығы кезінде  $h$  жолды келесі уақытта өтеді:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a_6}} = \sqrt{\frac{h(5m + M)}{2mg}}$$

**2.6.** Қатты салмақсыз өзекшенің бір ұшы топсалы бекітілген, ал оның екінші ұшына салмақсыз блок арқылы жіппен массасы  $m$  жүк ілінген. Сонымен бірге өзекшені үш тең бөлікке бөлетін нүктелерде массалары  $20m$  және  $12m$  тағы екі жүк ілінген (2.4-сурет). Барлық жіптер жеңіл және созылмайтын болып табылады. Алғашында өзекшені көлденең қалыпта ұстап, кейін жібереді. Өзекшені жібергеннен кейінгі жүктердің үдеулерін табыңыздар. Еркін түсу үдеуі  $g$ .



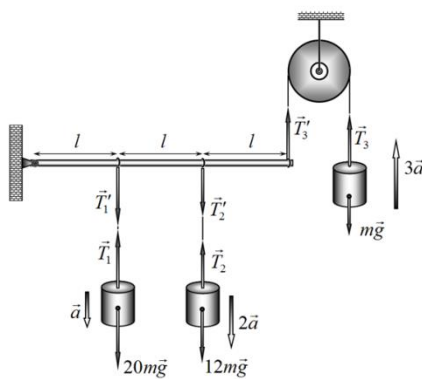
2.4-сурет

**Шешімі:** Жүйеде әрекет ететін күштер 2.5-суретте көрсетілген. Өзекше қатты, ал жіптер созылмайтын болғандықтан, жүктердің үдеулері сәйкесінше 1:2:3 қатынаста болады. Салмақсыз өзекшеге әсер ететін күштер моменттерінің қосындысы нөлге тең болады. Бұл екі шарт және Ньютонның 2-ші заңының теңдеулерімен бірге бүкіл жүктер үшін келесі теңдеулер жүйесін береді:

$$\begin{cases} 20ma = 20mg - T_1 \\ 12m \cdot 2a = 12mg - T_2 \\ m \cdot 3a = T_3 - mg \\ T_1 l + T_2 \cdot 2l = T_3 \cdot 3l \end{cases} \quad (2.6.1)$$

Осыдан анықтаймыз:

$$a = \frac{41}{77} g. \quad (2.6.2)$$



2.5-сурет

Бірақ екінші жүктің үдеуінің табылған  $a = \frac{82}{77} g$  мәні еркін түсу үдеуінен үлкен. Бұл екінші жүктің жібі керілмейтінін және оның үдеуі  $g$ -ге тең екенін білдіреді. Сонымен қатар (2.6.1) теңдеулер жүйесінен жіп үшін  $T_2 < 0$  болуы мүмкін емес екенін көрсетуге болады. Яғни екінші жүк ілінген жіп өзекшеге әсер етпейді. Сондықтан (2.6.1) теңдеулер жүйесі қарастырылып отырған құрылғыны дұрыс сипаттамайды. Өзекшенің және басқа жүктердің үдеуін есептеу үшін екінші жүкті алып тастау керек.

Бірінші және үшінші жүктің үдеулерінің дұрыс мәндері келесі теңдеулер жүйесінен анықталады:

$$\begin{cases} 20ma = 20mg - T_1 \\ m \cdot 3a = T_3 - mg \\ T_1 l = T_3 \cdot 3l \end{cases} \quad (2.6.3)$$

Сонымен келесілерді аламыз:

$$a = \frac{17}{29} g.$$

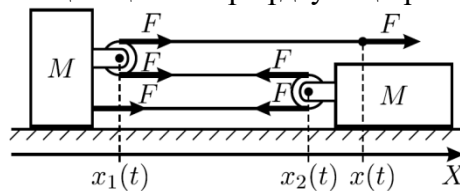
$$a_1 = \frac{17}{29} g, \quad a_2 = g, \quad a_3 = \frac{51}{29} g. \quad (2.6.4)$$

**2.7.** Төмендегі 2.6-суретте көрсетілген жүйеде блоктардың массалары айтарлықтай аз, жіп салмақсыз және созылмайтын, ал блоктарда жатпайтын жіптер горизонталь орналасқан. Горизонталь орналасқан жүктердің массалары бірдей және  $M$ -ге тең. Жіпті бос ұшынан горизонталь бағытта  $F$  күшімен тартады. Бұл күш әрекет ететін жіптің ұшы қандай үдеумен қозғалады ма? Үйкеліс жоқ, жүктің қозғалысын ілгерілемелі деп есептеңіздер.



2.6-сурет.

**Шешімі:** Жіп пен блоктар салмақсыз және үйкеліс болмағандықтан, сол жақтағы жүкке горизонталь бағытта солдан оңға қарай бағытталған  $3F$  күш (2.7-сурет), ал оң жақта орналасатын жүкке оңнан солға бағытталған  $2F$  күші әрекет етеді. Қозғалмайтын жүйенің  $X$  осін оңға қарай бағыттайық. Содан кейін сол жақтағы жүктің  $X$  осіне үдеудің проекциясы  $a_1 = 3F/M$ , ал оң жақтағы жүк үдеуінің проекциясы  $a_2 = -2F/M$  болады.



2.7-сурет.

Жүктердің үдеулері мен жіптің ұштары бір-бірімен қалай байланысты екенін табамыз, яғни кинематикалық байланыс теңдеуін аламыз. Ол үшін белгілі бір  $t$  уақытта сол жақ блоктың осінің координатасын  $x_1(t)$  арқылы, оң жақ блоктың осінің координатасын  $x_2(t)$  арқылы, ал жіптің ұшының координатасын  $x(t)$  белгілейміз. Жіптің ұзындығы  $L$ , блоктардың радиусы  $r$ , сол блоктың осінен сол жақтағы жүкке дейінгі ара-

қашықтық  $x_0$  болсын. Жіп созылмайтын болғандықтан, оның тұрақты ұзындығын енгізілген координаттар арқылы жазуға болады:

$$x(t) - x_1(t) + \pi r + x_2(t) - x_1(t) + \pi r + x_2(t) - x_1(t) + x_0 = L$$

Осыдан

$$x(t) = 3x_1(t) - 2x_2(t) + L - 2\pi r - x_0 \quad (2.7.1)$$

Дәл осындай қатынасты  $t$  уақыт моментіне жақын  $t + \Delta t$  уақыт моменті үшін де жазуға болады:

$$x(t + \Delta t) = 3x_1(t + \Delta t) - 2x_2(t + \Delta t) + L - 2\pi r - x_0 \quad (2.7.2)$$

(2.7.2)-қатынастан (2.7.1)-қатынастан азайтатын болсақ, онда сол және оң жақтардағы жүктердің  $\Delta x_1$  және  $\Delta x_2$  орын ауыстырулары және жіптің ұшының  $\Delta x$  ығысуы арасындағы байланысты табамыз:

$$\Delta x = 3\Delta x_1 - 2\Delta x_2 \quad (2.7.3)$$

(2.7.3)-теңдеуді  $\Delta t$  уақыт аралығының шамасына бөле отырып, жүктің жылдамдығы мен жіптің ұшының жылдамдықтаны арасындағы байланысты табамыз:

$$v = 3v_1 - 2v_2$$

Бұл қатынас уақыттың екі кез-келген жақын сәтке де моменттері үшін орынды. Сондықтан жүктің үдеулері арасындағы байланысты ұқсас түрде табуға болады:

$$a = 3a_1 - 2a_2$$

Ескерту, оң жақтағы жүктің  $a_2$  үдеуі  $X$  осіне қарсы солға бағытталған, сондықтан теріс шама.

Сонымен, жіптің ұшының қозғалатын үдеуі сол жақ жүктің үдеуінің үш еселенген шамасы және оң жүктің үдеуінің екі еселенген шамасының қосындысынан құрылады:

$$a = 3a_1 - 2a_2 = 3 \cdot \frac{3F}{M} - 2 \cdot \left( -\frac{2F}{M} \right) = \frac{13F}{M}.$$

**2.8.** Массасы  $m = 10$  кг дене вертикаль керілген үш бірдей жеңіл жіптің көмегімен лифтке ілінген. Жіптердің біреуі лифттің төбесіне, қалған екеуі еденге байланған. Лифт қозғалыссыз жағдайда болған кезде, еденге байланған екі жіптің әрқайсысының керілу күші  $F_0 = 5$  Н құрайды. Лифт тұрақты үдеумен жоғары қарай қозғала бастайды. Лифт үдеуінің келесі мәндерінде жоғарыдағы жіптің керілу күшін табыңыздар:  $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$ ,  $a_2 = 2 \text{ м/с}^2$ . Еркін түсу үдеуінің мәні  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  -қа тең. Жіптің керілу күші оның ұзаруына пропорционал екенін ескеріңіздер.

**Шешімі:** Лифт қозғалыссыз жағдайда болған кезде, денеге  $mg$  тартылыс күші, жоғарыдағы жіптің  $F$  керілу күші және төменгі жіптердің  $F_0$  керілу күштері әсер етеді. Тепе – теңдік шартынан алатынымыз:

(2.8.1)

$$F = mg + 2F_0$$

Лифт жоғары бағытталған тұрақты  $a$  үдеуімен қозғалған кезде, орнатылған режимде дене дәл сондай  $a$  үдеуімен қозғалады. Сондықтан жіптердің керілу күштері өзгеруі тиіс. Ньютонның екінші заңынан алатынымыз:

$$F' - mg - 2F_0' = ma \quad (2.8.2)$$

мұндағы  $F'$  және  $F_0'$  - жоғарғы және төменгі жіптердің керілу күштері.

Есептің шешілуі үшін жетіспейтін тағы бір теңдеуді жазу үшін жіптің керілу күшінің оның  $x$  ұзаруына келесі түрде байланысты екендігін ескеру керек:

$$x \leq 0 \text{ кезінде } F = 0 \text{ және } x > 0 \text{ кезінде } F = kx,$$

мұндағы  $k$  - барлық жіптер үшін бірдей коэффициент. Демек, қозғалыссыз күйдегі лифтіде жоғарғы және төменгі жіптерінің  $x$  және  $x_0$  ұзарулары мынандай ара-қатынаспен байланысты болады:

$$\frac{x}{F} = \frac{x_0}{F_0} = \frac{1}{k}.$$

Жоғары бағытталған  $a$  үдеуімен қозғалатын лифтіде жоғарыдағы жіп қосымша  $y$  шамасына дейін ұзарады, ал төменгі жіптер сол шамаға қысқарады. Осылайша, жіптердің ұзарулары мынаған тең:

$$x' = x + y, \quad x_0' = x_0 - y.$$

Екі жағдай болуы мүмкін:  $x_0' > 0$  және  $x_0' \leq 0$ .

Бірінші жағдайда

$$F_0' = kx_0', \quad F' = kx', \quad F_0' - F_0 = -ky, \quad F' - F = ky.$$

(2.8.2) қатынасынан (2.8.1) қатынасын азайтсақ:

$$F' - F = ma + 2(F_0' - F_0).$$

немесе  $ma = 3ky$ , яғни  $y = \frac{ma}{3k}$ . Осыдан жоғарыдағы жіптің керілу күші

$$F' = F + ky = mg + 2F_0 + \frac{ma}{3}$$

ал төменгі жіптердің керілу күші

$$F_0' = F_0 - ky = F_0 - \frac{ma}{3}.$$

Бұл жағдай  $F_0 - \frac{ma}{3} > 0$  кезінде, яғни  $a < 3F_0 / m = 1,5 \text{ м/с}^2$  орынды. Бұл теңсіздікке есеп шартында берілген  $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$  үдеуіне сәйкес келеді. Демек бұл үдеу кезінде

$$F' = m \left( g + \frac{a_1}{3} \right) + 2F_0 \approx 111 \text{ Н.}$$

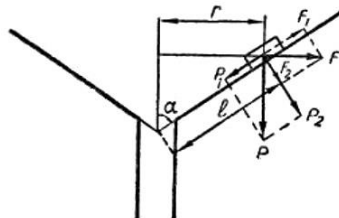
Басқа жағдайда ( $x_0 \leq 0$  кезінде),  $a \geq 3F_0 / m = 1,5 \text{ м/с}^2$  болғанда, төменгі жіптер керілмейді, яғни  $F_0' = 0$ , ал  $F' = m(g + a)$ . Бұл жағдай лифтінің үдеуі  $a_2 = 2 \text{ м/с}^2$  болған кезінде іске асырылады. Бұл үдеу кезінде

$$F' = m(g + a_2) = 118 \text{ Н.}$$

**2.9.** Бұрышы  $120^\circ$  болатын құйғыш тік осьтің айналасында  $2 \text{ айн/сек}$  жылдамдықпен айналады. Құйғыштың ішінде дене тепе-теңдікте болу үшін құйғыштың ішкі жағының қай жерінде орналасуы керек?

**Шешімі:**

Дене тепе-теңдік жағдайында айналу осінен  $r$  ара-қашықтықта орналассын. Айналу процесінде денеге центрден тепкіш күш  $F$  және ауырлық күші  $P$  әсер етеді. Екі күш құраушыларға жіктеледі (2.8-сурет).



2.8-сурет.

Үйкеліс болмаған жағдайда,  $P_1$  сырғанау күші центрден тепкіш күштің  $F_1$  құраушысына тең болған кезде дене тепе-теңдікте болады.

Центрден тепкіш күш:

$$F = m\omega^2 r = 4\pi^2 m n^2 r = 4\pi^2 m n^2 l \sin \alpha$$

себебі  $r = l \sin \alpha$ . 2.8-суреттен көретіндей,

$$P_1 = P \cos \alpha;$$

$$F_1 = F \sin \alpha.$$

Онда  $P \cos \alpha = F \sin \alpha$  немесе

$$mg \cos \alpha = 4\pi^2 m n^2 l \sin^2 \alpha,$$

Осыдан

$$l = \frac{g \cos \alpha}{4\pi^2 n^2 \sin^2 \alpha} = 0,04 \text{ м} = 4 \text{ см.}$$

Егер  $P_1 > F_1$  болса, онда бұл жағдай орнықсыз болады, дене төмен қарай сырғанап бастайды, нәтижесінде тепе-теңдік одан әрі бұзылып, бастапқы күйіне оралмайды.  $F_1 > P_1$  кезінде дене құйғыштан шығарып тасталады.

Үйкеліс коэффициентін ескеріп, тепе-теңдік шарты келесі түрде жазылады:

$$P_1 - F \leq F_{\text{үйк}};$$

$$F_1 - P_1 \leq F_{\text{үйк}}.$$

Үйкеліс күші

$$F_{\text{үйк}} = k(4\pi^2 mn^2 l \sin \alpha \cos \alpha + mg \sin \alpha) =$$

$$= km \sin \alpha (4\pi^2 mn^2 l \cos \alpha + g).$$

$P_1 - F \leq F_{\text{үйк}}$ ;  $F_1 - P_1 \leq F_{\text{үйк}}$  теңсіздіктерге белгілі мәндерді қойып, келесіні аламыз:

$$mg \cos \alpha - 4\pi^2 mn^2 l \sin \alpha \leq km \sin \alpha (4\pi^2 n^2 l \cos \alpha + g);$$

$$4\pi^2 mn^2 l \sin \alpha - mg \cos \alpha \leq km \sin \alpha (4\pi^2 n^2 l \cos \alpha + g),$$

Осыдан

$$\frac{g}{4\pi^2 n^2} \frac{ctg \alpha - k}{\sin \alpha + k \cos \alpha} \leq l \leq \frac{g}{4\pi^2 n^2} \frac{k + ctg \alpha}{\sin \alpha - k \cos \alpha}.$$

Демек,

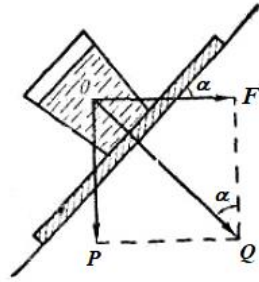
$$l_{\min} = \frac{g}{4\pi^2 n^2} \cdot \frac{ctg \alpha - k}{\sin \alpha + k \cos \alpha};$$

$$l_{\max} = \frac{g}{4\pi^2 n^2} \cdot \frac{ctg \alpha + k}{\sin \alpha - k \cos \alpha};$$

Дене құйғыштың ішінде  $l_{\min}$ -ден  $l_{\max}$ -ге дейінгі ара-қашықтықта тепе-теңдікте болады.

**2.10.** Көлдің үстінен 252 км/сағ жылдамдықпен ұшатын ұшақ горизонталь жазықтықта радиусы 400 м доғаны сызады. Бұл жағдайда ұшақтың қанаттарының жазықтығы көкжиек жазықтығына белгілі бір бұрышпен көлбеуленген. Ұшақтың ішіндегі үстелде бір стақан су тұр. Стақандағы су бетінің үстелге және көлдегі су бетіне қатысты орналасуы қандай болады?

**Шешімі:** Ұшақ тұзусыздықты қозғалғанда, су стаканының  $P$  ауырлық күші үстелдің бетіне перпендикуляр болады. Ұшақ доғаны сызған кезде, су стақанға қосымша центрге тартқыш күш  $F$  әсер етеді (2.9-сурет).



2.9-сурет.

Сумен стаканды үстелге қарай қысатын  $Q$  күші  $F$  центрге тартқыш күш және  $P$  ауырлық күшіне тең әсерлі болады. Ол ұшақтың қанаттарының жазықтығына және үстелдің бетіне перпендикуляр болады. Стакандағы судың беті  $Q$  тең әсерлі күшіне перпендикуляр орынды алады, себебі ұшақтың қанаттарының жазықтығы көлдегі су жазықтығына қатысты  $\alpha$  бұрышпен көлбеу жасайды, онда

$$F = P \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (2.10.1)$$

мұндағы  $F = \frac{mv^2}{r}$ ;  $P = mg$  ( $m$  — суы бар стаканның массасы;  $g$  — еркін түсу үдеуі).

(2.10.1)-теңдеуге  $F$  және  $P$  мәндерін қойып, келесіні аламыз:

$$\frac{mv^2}{r} = mg \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Осыдан

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{rg}.$$

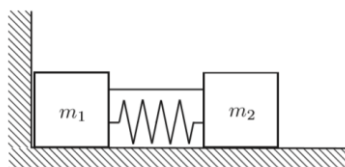
Сандық мәндерін қойып алатынымыз:

$$\operatorname{tg} \alpha = 1,25; \quad \alpha \approx 51^\circ 20'.$$

## Өз бетімен шығаруға арналған есептер

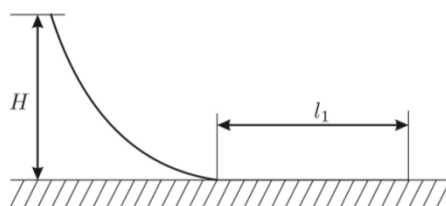
**2.11.** Егер Жердің салмағы артып, Күннің массасына тең болса, ал олардың арасындағы ара-қашықтық өзгеріссіз қалған жағдайда, Жер жылының ұзақтығы қалай өзгереді? Басқа планеталардың әсерлерін ескермеуге болады.

**2.12.** Екі кесек тегіс горизонталь бетте орналасқан. Олар  $\Delta L = 2$  см шамаға сығылған серіппемен жалғанған және жіппен байланған (2.10-сурет). Жүктердің массалары  $m_1 = 100$  г және  $m_2 = 300$  г тең. Бір жүк қабырғамен жанасады. Жіпті өртеп жаққаннан кейін серіппе қандай максимал шамаға созылады?



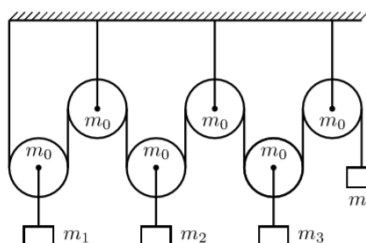
2.10-сурет.

**2.13.** Сызықтық тығыздығы  $\rho$  жұқа иілгіш арқанның бір ұшы  $\rho$  кедір-бұдыр беттен  $H$  биіктікте тұрақты горизонталь жылдамдықпен сүйрейді. Арқанның екінші ұшы бос (2.11-сурет). Бетпен жанасатын жіп бөлігінің ұзындығы  $l_1$ -ге тең. Бетпен жанаспайтын  $l_2$  арқанының ұзындығын табыңыз. Бет бойынша арқанның үйкеліс коэффициенті беті  $k$ -ға тең.



2.11-сурет.

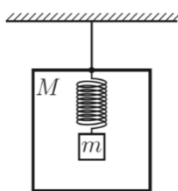
**2.14.** Төмендегі 2.12-суретте бейнеленген жүйеде оң жақтағы бірінші жүктің салмағы  $m_4 = 1$  кг-ға тең, ал бүкіл блоктардың массалары бірдей және  $m_0 = 300$  г-ға тең. Жүйе тепе-теңдікте және қозғалыссыз. Жүктердің  $m_1$ ,  $m_2$  және  $m_3$  массаларын табыңыз. Арқанның массасы мен блоктардағы үйкелісті ескермеңіздер.



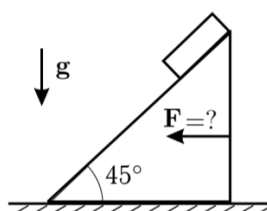
2.12-сурет.

**2.15.** Салмағы  $M$  қорап бөлменің төбесіне жіппен ілінген (2.13-сурет). Қораптың ішінде жеңіл серіппеде салмағы  $m$  жүк ілінген. Жіпті өртеп жандырады. Жіптің өртеп жанғаннан кейінгі жүк пен қораптың үдеулерін табыңыз. Еркін құлауы үдеуі  $g$ -ға тең.

**2.16.** Массасы  $1$  кг дене сондай массалы тегіс бет бойынша сырғанайды (2.14-сурет). Сынаның негізіндегі бұрышы  $45^\circ$ , ал сына мен горизонталь үстелдің беті арасындағы үйкеліс коэффициенті  $0,1$ -ге тең. Сына қозғалыссыз болуы үшін сынаға қандай ең аз көлденең күшпен әсер ету керек?

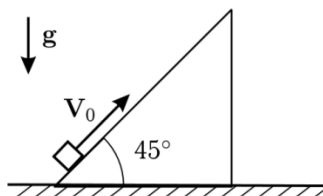


2.13-сурет.



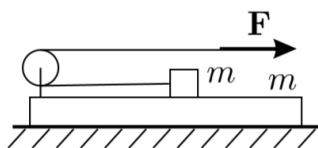
2.14-сурет.

**2.17.** Текшеге тегіс сына бойымен жоғары қарай қозғалу үшін  $v_0$  жылдамдық береді (2.15-сурет). Сынаның негізіндегі бұрышы  $45^\circ$ , текше мен сынаның массалары бірдей, сына мен горизонталь үстелдің беті арасындағы үйкеліс коэффициенті нөлге тең. Қозғалмайтын санақ жүйесінде текшенің траектория қисықтығының ең аз радиусын анықтаңыздар. Текше сынаның төбесіне дейін көтеріліп жете алмайды деп есептейміз.



2.15-сурет.

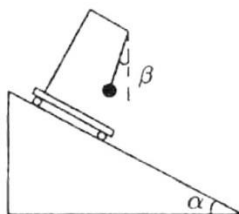
**2.18.** Төмендегі 2.16-суретте көрсетілген жүйеде тақтайша мен жүктің салмағы бірдей және  $m$ -ге тең, тақтайша мен үстел арасындағы үйкеліс коэффициенті  $\mu$ , ал тақтайша мен жүк арасындағы үйкеліс коэффициенті  $3\mu$ . Жүкпен бекітілген және тақтайшаның ұшындағы салмақсыз блок арқылы жіберілген идеал жіпке горизонталь бағытталған  $F$  күш бағытталған. Тақтайша үстел бетімен, ал жүк тақтайша бойымен сырғанау үшін күштің мәні қандай болуы керек?



2.16-сурет.

**2.19.**  $P_1$  және  $P_2$  қозғалтқыштарымен жабдықталған автомобильдер сәйкесінше  $v_1$ ,  $v_2$  жылдамдықпен қозғалып келе жатыр. Егер оларды арқанмен байланыстырып қосқан жағдайда, автомобильдердің жылдамдығы қандай болады?

**2.20.** Маятник орнатылған платформа көлбеу жазықтық бойымен сырғанап қозғалады (2.17-сурет). Жазықтықтың горизонтқа көлбеу бұрышы  $\alpha$ . Үйкеліс жоқ. Маятниктің жібі вертикальмен қандай бұрыш жасайды?



2.17-сурет.